



Cartilla

ENTRESALTOS

Volumen 1



**PROGRAMA DE ATENCIÓN INTEGRAL AL ESTUDIANTE DE LA
TECNOLÓGICA FITEC**

Compiladores:

Didier A. Muñoz

Azucena Angarita Perpiñan

Bienestar Universitario

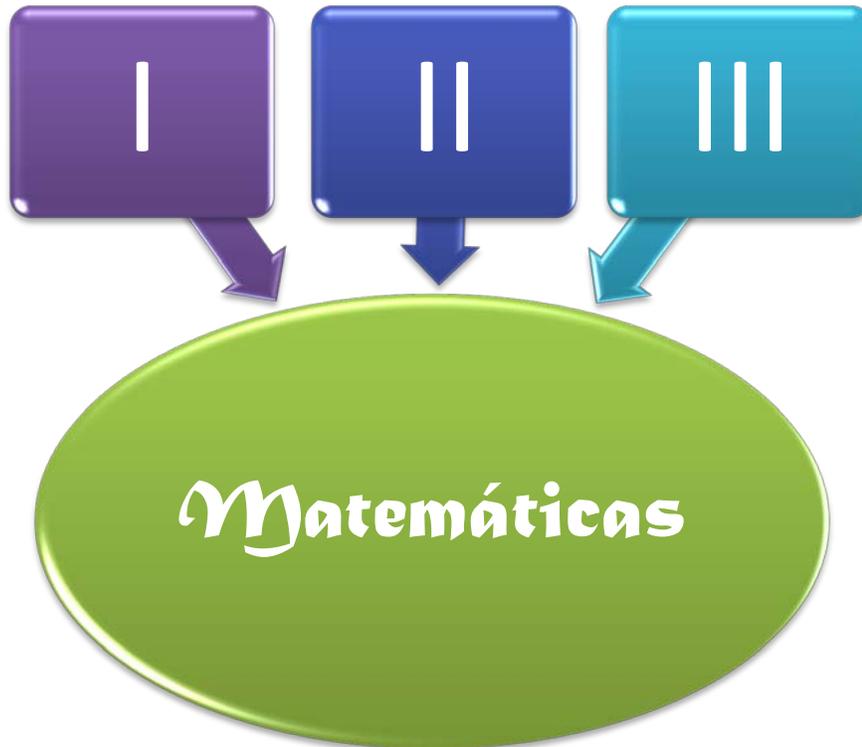


FAE

Fortalecimiento Académico al Estudiante



EN ESTA CARTILLA ENCONTRARÁS GUÍAS, TALLERES Y ALGUNAS TÉCNICAS QUE TE AYUDARÁN A MEJORAR TU RENDIMIENTO ACADÉMICO EN DIFERENTES ÁREAS TALES COMO MATEMÁTICAS, CONTABILIDAD, ENTRE OTRAS.



BIENVENID@S AL MEJOR ESPACIO COGNITIVO Y DE ESPARCIMIENTO ACADÉMICO QUE TE OFRECE LA TECNOLÓGICA FITEC. EN ESTA SECCIÓN PONDRÁS A PRUEBA TODOS TUS CONOCIMIENTOS SOBRE MATEMÁTICAS EMPLEANDO EL RAZONAMIENTO LÓGICO Y DEDUCTIVO DE UNA MANERA DIDÁCTICA Y DIVERTIDA QUE TE SERVIRÁ PARA FORTALECER TUS CONOCIMIENTOS. ADELANTE...

CONTENIDO DE INTERÉS

Matemáticas J	5
Cuadros mágicos. (Guía de trabajo No 1).	6
Cuadros mágicos. (Guía de trabajo No 2).	9
Reducción de términos semejantes. (Guía de trabajo no. 1).	10
Productos notables. (Guía de trabajo no. 1).	11
Factorización. (Guía de trabajo No 1).	14
Factorización. (Guía de trabajo No 2).	18
Simplificación de fracciones algebraicas. (Guía de trabajo no. 1).	20
Matemáticas JJ	21
Derivadas de 1er nivel.	22
Derivadas de 2do nivel.	26
Derivadas de 3er nivel.	29
Derivadas de 4to nivel.	32
Respuestas	36
Cuadros mágicos. (Guía de trabajo No 1).	36
Cuadros mágicos. (Guía de trabajo No 2).	37
Reducción de términos semejantes. (Guía de trabajo no. 1).	38
Productos notables. (Guía de trabajo no. 1).	39
Factorización. (Guía de trabajo No 1).	41
Factorización. (Guía de trabajo No 2).	43
Simplificación de fracciones algebraicas. (Guía de trabajo no. 1).	46
Derivadas de 1er nivel.	46
Derivadas de 2do nivel.	50
Derivadas de 3er nivel.	54
Derivadas de 4to nivel.	57
Bibliografía	62

Matemáticas I



*Reducción de
términos
semejantes*

*Productos
notables*

*Cocientes
notables*

Factorización

*Simplificación de
fracciones*

CUADROS MÁGICOS

GUÍA DE TRABAJO No. 1

- Al respaldo de la hoja escribe los nombres que más puedas de animales en un tiempo máximo de dos (2) minutos.

¿Cuántos escribiste? _____

UN POCO DE HISTORIA

El origen de los cuadrados mágicos nos es desconocido. Fueron conocidos por los chinos y los hindúes antes de nuestra era, pero se ignora todo lo referente a su concepción.

La leyenda dice que en el 2200 a.n.e el emperador chino Shu vio el cuadrado mágico de 3x3 en el caparazón de una tortuga en el río Lo.

Aparentemente, el primer texto en que se muestra un cuadrado mágico, es un manuscrito árabe del Siglo VIII. El cuadrado mostrado es de 3x3, y el autor se lo atribuye a Apolonio de Tiana, que vivió en el Siglo I.

El cuadrado de 3 aparece nuevamente en un trabajo del matemático judío Ibn Esra, del Siglo XII.



Grabado del libro de Agrippa: Tabula Saturni

Entre los matemáticos famosos que en los siglos XVI y XVII se ocuparon de los cuadrados mágicos debemos mencionar a Stieffel, Fermat y Pascal.



- ✓ Los cuadrados mágicos son ordenaciones de números en celdas formando un cuadrado, de tal modo que la suma de cada una de sus filas, de cada una de sus columnas y de cada una de sus diagonales, dé el mismo resultado. Este resultado se puede condicionar a una suma específica. Según el número de celdas y columnas, pueden ser de 3x3, 4x4, 5x5,...y así sucesivamente¹.

¹Blai Figueras Álvarez, Proyecto mentaludix, recuperado octubre 16 de 2009 <http://www.xtec.es/~bfiguera/inicihis.htm>



Práctica:

1. Completa el siguiente cuadro mágico de 3x3 empleando los números de 1 a 9, de manera que sus columnas, filas y diagonales sumen 15.

	5	
2		

2. Coloca nueve números consecutivos en un cuadrado de 3x3, de manera que la suma de las filas y la de las columnas sea 24.

		9
7		

Otras variaciones de los cuadros mágicos, son:

3. Escriba una letra diferente en cada casilla, de tal manera que:
 - En cada casilla, en cada fila y en cada columna no se repita letra.
 - En cada región demarcada de no se repita letra.

Así en la fila sombreada, de izquierda a derecha, se podrá completar una palabra.

		A	
S			
	L		

4. Ubique en cada casilla los números de: 1, 2, 3 o 4, cumpliendo las siguientes indicaciones:

- En cada columna y en cada fila no debe repetirse número.
- Los signos < y > indican la correspondencia que existe entre los números de las concernientes casillas.



<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	> <input type="text"/>	> <input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	< <input type="text"/>	> <input type="text"/>

Alberto Durero, pintor alemán nacido en Núremberg, realizó en 1514 el grabado **La Melancolía**, que se puede ver en el Germanisches National Museum de Núremberg. En este grabado, **Durero** pintó, en lugar destacado, el siguiente cuadrado mágico de orden 4:

Este cuadrado mágico tiene algunas propiedades más, es más mágico que otros, algunos los llaman súper mágicos y otros, diabólicos. Si sumamos los números de los vértices la suma vale 34; también se obtiene 34 sumando los cuatro números centrales; y también sumando los cuatro números (16, 3, 5, 10) que forman el cuadrado de 2x2 superior izquierdo; ídem con el superior derecho, inferior izquierdo e inferior derecho. Espero que la suerte te acompañe y puedas obtener otros cuadrados mágicos que tengan las mismas propiedades que, el que pintó **Durero**. Una curiosidad más: la fecha de la obra **La Melancolía** se encuentra expresada en las dos celdas centrales inferiores².

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



² El rincón de la Ciencia, nº 39, enero de 2007. Recuperado octubre 14 de 2009: <http://centros5.pntic.mec.es>

CUADROS MÁGICOS

GUÍA DE TRABAJO No. 2

Hola, apreciados estudiantes, en esta nueva sesión trabajaremos una variación de los cuadrados mágicos de 4x4 con un grado de dificultad algo mayor a la que veníamos desarrollando...diviértanse...

Primero recordemos cómo se elabora un cuadro mágico 3x3 o de orden 3.

1. Para resolver estos tipos de problemas de un cuadrado de orden 3, utilizamos los dígitos desde el 1 hasta el 9.
 - a. ¿Cuál es la suma de los dígitos desde 1 hasta 9?

 - b. ¿Cómo podemos utilizar esta suma para establecer la “suma mágica” en el cuadrado mágico 3x3?
 - c. Utilizando los dígitos desde 1 hasta 9, haga una lista de todas las ternas de números diferentes cuya suma es 15.

¿Cómo podemos utilizar la lista anterior para reconstruir el cuadrado mágico de orden 3?
¿Cuál es la relación entre la suma mágica y el número del centro del cuadrado?

2. Completar el cuadro mágico de 4x4 teniendo en cuenta que:

- Se utilizan los números del 1 al 16.
- La suma de los números en cada fila, en cada columna y en cada diagonales 34.
- El número pequeño que se encuentra en cada región sombreada y demarcada corresponden a los números en dicha región.

	19		7
15			
10	14	15	
		16	

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

GUÍA DE TRABAJO No. 1

Reducción de un polinomio que contenga términos semejantes de diversas clases³.

¿Cómo se hace?

Para reducir un polinomio con diversos términos semejantes de diversas clases, se procede de la siguiente manera:

1. Se agrupan los términos semejantes de cada clase en un mismo paréntesis.
2. Se reducen los términos semejantes.
3. Se da la respuesta, ordenando el polinomio resultante.

Recuerda: los términos semejantes son aquellos que tienen las mismas letras y los mismos exponentes.

EJEMPLOS:

- $7a - 9b + 6a - 4b = (7a + 6a) + (-9b - 4b)$ *agrupando por clases*
 $= (13a) + (-13b)$ *reduciendo*
 $7a - 9b + 6a - 4b = 13a - 13b$

- $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$
 $= (5x + 20x) + (-12y) + (-10)$ *agrupando por clases*
 $= (25x) + (-12y) + (-10)$ *reduciendo*
 $= 25x - 12y - 10$

1. EJERCICIOS PROPUESTOS

- a) $a + b - c - b - c + 2c - a$
- b) $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$
- c) $-81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y$
- d) $15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab$



³ Baldor, Aurelio (1990). Algebra de Baldor. Editorial Publicaciones Cultural. Bogotá.

**PRODUCTOS NOTABLES***GUÍA DE TRABAJO No. 1*

En los siguientes ejercicios se necesita tener en cuenta, los conceptos de⁴:

1. "El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual a, el cuadrado de la primera cantidad, más el doble producto de la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad"

$$(m + 3)^2 = m^2 + 2.m.3 + 3^2 = m^2 + 6m + 9$$

2. "El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual a, el cuadrado de la primera cantidad, menos el doble producto de la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad"

$$(a - 3)^2 = a^2 - 2.a.3 + 3^2 = a^2 - 6a + 9$$

3. "El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado del minuendo menos el cuadrado del sustraendo"

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

4. "El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado del minuendo menos el cuadrado del sustraendo"

$$\begin{aligned}(x + y + z)(x + y - z) &= [(x + y) + z] [(x + y) - z] && \text{agrupando} \\ &= (x + y)^2 - z^2 && \text{desarrollando el cuadrado de la suma} \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - z^2\end{aligned}$$

5. El cubo de la suma de dos cantidades es igual al cubo de la primera cantidad más el triplo del cuadrado de la primera por la segunda, más el triplo de la primera por el cuadrado de la segunda, más el cubo de la segunda"

"El cubo de la diferencia de dos cantidades es igual al cubo de la primera cantidad menos el triplo del cuadrado de la primera por la segunda, más el triplo de la primera por el cuadrado de la segunda, menos el cubo de la segunda"

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

6. Producto de dos binomios de la forma $(x + a)(x + b)$ = El primer término será el cuadrado del primer término de los paréntesis (igual en ambos).

El segundo término será el producto de la suma de los términos independientes por el primer término común de los paréntesis.

El tercer término será el producto de los términos independientes.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

⁴ Baldor, Aurelio (1990). Algebra de Baldor. Editorial Publicaciones Cultural. Bogotá.



1. EJERCICIOS PROPUESTOS

A continuación desarrolla los ejercicios en grupos colaborativos y orientados por el tutor.

$$\begin{aligned}
 l) & (x + 5)^2 \\
 m) & (x^{a+1} + y^{b-2})^2 \\
 n) & (8 - a)^2 \\
 o) & (3x^4 - 5y^2)^2 \\
 p) & (x^{a+1} - 4x^{a-2})^2 \\
 q) & (7x^2 - 12y^3)(7x^2 + 12y^3) \\
 r) & (x + 4)^3 \\
 s) & (5x + 2y)^3 \\
 t) & (2x^2y + 4m)^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a) & (1 - 4y)^3 \\
 b) & (3a^3 - 7xy^4)^3 \\
 c) & (2x^{a+4} - 8y^{a-1})^3 \\
 d) & (x + 5)(x + 3) \\
 e) & (a + 9)(a - 6) \\
 f) & (4ab^2 + 6xy^3)^2 \\
 g) & (y - 12)(y - 7) \\
 h) & (4x^3 + 15)(4x^3 + 5) \\
 i) & (5y^{a+1} + 4)(5y^{a+1} - 14) \\
 j) & (7a + b)^2 \\
 k) & (5a + 10b)(5a - 10b)
 \end{aligned}$$

COCIENTES NOTABLES

1. Cociente de la diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la suma o la diferencia de las cantidades. Factorizamos la diferencia de cuadrados en el numerador. Simplificamos.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

2. Cociente de la suma o diferencia de los cubos de dos cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades. Factorizamos la diferencia o la suma, según el caso, de cubos en el numerador. Simplificamos.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

3. Cociente de la suma o diferencia de potencias iguales de dos cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades.

Criterios de divisibilidad

- a) Criterio 1: la diferencia de dos cantidades con potencias iguales, pares o impares, es divisible por la diferencia de las cantidades. Y, la forma general de su solución está dada por:

$$\frac{a^m - b^m}{a - b} = a^{m-1} + a^{m-2}b + \dots + ab^{m-2} + b^{m-1}$$

- b) Criterio 2: la diferencia de dos cantidades con igual potencia par, es divisible por la suma de las cantidades. Y, la forma general de su solución está dada por:

$$\frac{a^m - b^m}{a + b} = a^{m-1} - a^{m-2}b + \dots + ab^{m-2} - b^{m-1}$$



c) Criterio 3: la suma de dos cantidades con igual potencia impar, es divisible por la suma de las cantidades. Y, la forma general de su solución está dada por :

$$\frac{a^m + b^m}{a + b} = a^{m-1} - a^{m-2}b + \dots + a^2b^{m-3} - ab^{m-2} + b^{m-1}$$

d) Criterio 4 :

A) La suma de dos cantidades con igual potencia par, no es divisible ni por la suma ni por la diferencia de las cantidades. Esto es, cocientes de la forma:

$$\frac{a^m + b^m}{a \pm b}, \text{ donde } m \text{ es par: no son exactos}$$

B) La diferencia de dos cantidades con igual potencia impar, no es divisible por la suma de las cantidades. Es decir, cocientes de la forma:

$$\frac{a^m - b^m}{a + b}, \text{ donde } m \text{ es impar: no son exactos}$$

Recuerda: se dice que dos expresiones determinadas son divisibles, cuando su división es exacta, esto es, cuando al dividir a una (el dividendo) por la otra (el divisor), el residuo es cero.

2. EJERCICIOS PROPUESTOS

A continuación desarrolla los ejercicios en grupos colaborativos y orientados por el tutor.

a) $\frac{(x + y)^2 - 100}{(x + y) - 10}$

b) $\frac{1 + x^3}{1 + x}$

c) $\frac{64x^3 + 27y^3}{4x + 3y}$

d) $\frac{125a^3 + 27b^3}{5a + 3b}$

e) $\frac{8a^{12} - 125b^{15}}{2a^4 - 5b^5}$

f) $\frac{729x^3y^6 - 512z^9}{9xy^2 - 8z^3}$

g) $\frac{a^2 - 16}{a + 4}$

h) $\frac{25x^2 - 49y^2}{5x + 7y}$

i) $\frac{4a^2 - 16x^2y^4}{2a + 4xy^2}$

j) $\frac{9 - 36x^4}{3 - 6x^2}$

k) $\frac{16x^4 - 25y^4}{4x^2 - 5y^2}$

FACTORIZACIÓN

GUÍA DE TRABAJO No. 1

Factorización por factor común⁵.

- Se identifica el factor común.
- Se divide cada término del polinomio por el factor común.
- Se escribe el factor común y a continuación, dentro de un paréntesis, los cocientes hallados en el paso anterior (cada uno precedido de su respectivo signo).

$$1. -35m^2n^3 - 70m^3$$

$$2. -x^3 + x^5 - x^7$$

$$3. -9a^2 - 12ab + 15a^3b^2 - 24ab^3$$

$$4. -16x^3y^2 - 8x^2y - 24x^4y^4 - 40x^2y^3$$

$$5. -93a^3x^2y - 62a^2x^3y^2 - 124a^2x$$

$$6. -3x(x-2) - 2y(-2+x)$$

$$7. -1 - x + 2a(1-x)$$

$$8. -3a^2b + 6ab - 5a^3b^2 + 8a^2bx + 4ab^2m$$

Factorización por diferencia de cuadrados

- Se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo.
- Se abren dos paréntesis.
- En el primer paréntesis se escribe la suma, y en el segundo la diferencia, de las raíces halladas en el paso 1.

$$1. -a^2b^8 - c^2$$

$$2. -25x^2y^4 - 121$$

$$3. -49x^2y^6z^{10} - a^{12}$$

$$4. -4x^{2n} - \frac{1}{9}$$

$$5. -4x^2 - (x+y)^2$$

$$6. -(a+x)^2 - (x+2)^2$$

$$7. -49a^{10n} - \frac{b^{12x}}{81}$$

$$8. -a^{2n}b^{4n} - \frac{1}{25}$$



“No esperes que puedas lanzar tu luz a lo lejos, inicia alegrando e iluminando el rincón en que vives.”
Anónimo

⁵ Baldor, Aurelio (1990). Algebra de Baldor. Editorial Publicaciones Cultural. Bogotá.



Factorización por cuadrado perfecto

- Se ordena el trinomio.
- Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer términos.
- Se halla el doble producto de las raíces obtenidas en el paso anterior.
- Si el producto hallado en el paso anterior es igual al segundo término del trinomio y si el primero y tercer términos tienen igual signo, se trata de un trinomio cuadrado perfecto y se factoriza como tal.
- Se escribe dentro de un paréntesis las raíces cuadradas de los primeros y terceros términos, separadas por el signo del segundo término, y el paréntesis elevado al cuadrado.

- $a^2 - 2ab + b^2$ $(a-b)^2$
- $a^2 + 2ab + b^2$ $(a+b)^2$
- $x^2 - 2x + 1$ $(x-1)^2$
- $y^2 + 1 + 2y$ $(y+1)^2$
- $16 + 40x^2 + 25x^4$ $(4+5x^2)^2$
- $a^2 - 10a + 25$ $(a-5)^2$
- $9 - 6x + x^2$ $(3-x)^2$

Factorización de trinomios de la forma $x^2 + bx + c$

- Se ordena el trinomio.
- Se abren dos paréntesis, en cada uno de los cuales se escribirá un binomio.
- Se saca la raíz cuadrada del primer término del trinomio, esta raíz será el primer término de cada uno de los paréntesis.
- El signo que separe al binomio del primer paréntesis será el segundo signo del trinomio.
- Se aplica la "ley de los signos" al producto de los signos del segundo y tercer términos del trinomio; este será el signo que separe el binomio del segundo paréntesis.
- Si los signos son iguales, se buscan dos números cuya suma sea igual al coeficiente del segundo término del trinomio y cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio.
- Si los signos son diferentes, se buscan dos números cuya diferencia sea igual al coeficiente del segundo término del trinomio y cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio.
- El mayor de los números hallados en uno de los pasos anteriores será el segundo término del primer paréntesis, el menor de los números será el segundo término del segundo paréntesis.
- Si el tercer término es un número muy grande se descompone en sus factores primos para facilitar la búsqueda de los números requeridos en los pasos 7 y 8.

- $x^2 - 5x + 6$
- $x^2 + 3x - 10$
- $x^2 + 7x + 10$
- $x^2 + x - 2$

5. a^2+4^a+3
6. $m^2+5m-14$
7. $y^2-9y+20$
8. a^2+42^a+432
9. $m^2-30m-675$
10. $y^2+50y+336$

Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción

- a) Se ordena el trinomio.
- b) Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer términos.
- c) Se halla el doble producto de las raíces halladas en el paso anterior.
- d) Se compara el resultado obtenido en el paso anterior con el segundo término del trinomio.
- e) Se suma o resta, según el caso, la cantidad necesaria para crear el segundo término del trinomio cuadrado perfecto.
- f) Se resta o se suma la misma cantidad que se sumo o resto en el paso anterior, para que el valor de la expresión no se altere.

1. a^4+a^2+1
2. $m^4+m^2n^2+n^4$
3. x^8+3x^4+4
4. a^4+2a^2+9
5. $a^4-3a^2b^2+b^4$
6. x^4-6x^2+1

Factorar una expresión que es el cubo de un binomio.

El desarrollo del cubo de un binomio es:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

En esta clase de ejercicios se nos da una expresión como el miembro derecho de las identidades anteriores, es decir un cuadrinomio; y debemos constatar si se trata de un cubo perfecto de binomios (como los miembros izquierdos de las expresiones anteriores); para lo cual debemos proceder de la siguiente manera:

1. Se ordena el cuadrinomio en forma descendente o ascendente respecto a una letra.



2. Se extrae la raíz cúbica del primero y cuarto términos del cuadrinomio.
3. Se observa si todos los signos son positivos o si se alternan positivo-negativo-positivo-negativo.
4. Se triplica el cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto término y se compara con el segundo término del cuadrinomio dado.
5. Se triplica la raíz cúbica del primer término por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término y se compara con el tercer término del cuadrinomio dado.
6. Si las dos comparaciones hechas en los pasos 4 y 5 son positivas, se trata del desarrollo del cubo de un binomio y se factoriza como tal: dentro de un paréntesis se escriben las raíces cúbicas del primero y cuarto términos del cuadrinomio y separadas por el signo más o por el signo menos, según el caso; y se eleva al cubo el paréntesis.
7. Si las dos comparaciones hechas en los pasos 4 y 5 son negativas, no se trata del desarrollo del cubo de un binomio y no se puede factorizar como tal.

1. a^3+3a^2+3a+1
2. $27-27x+9x^2-x^3$
3. $m^3+3m^2n+3mn^2+n^3$
4. $1+3a^2-3a-a^3$
5. $8+12a^2+6a^4+a^6$
6. $125x^3+1+75x^2+15x$



FACTORIZACIÓN

GUÍA DE TRABAJO No.2

Trinomios cuadrados perfectos

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 01) $x^2 + 6x + 9$ | 11) $0.04x^2 - 4x + 100$ |
| 02) $16x^2 + 8x + 1$ | 12) $400y^4 - 12y^2 + 0.09$ |
| 03) $y^2 + 10y + 25$ | 13) $a^2/4 + 4a + 16$ |
| 04) $4y^2 - 24y + 36$ | 14) $x^2/9 - 16x/3 + 64$ |
| 05) $49x^2 + 112x + 64$ | 15) $25x^2/4 + 20xy/3 + 16y^2/9$ |
| 06) $81y^2 - 180y + 100$ | 16) $x^2 + 2x(a+b) + (a+b)^2$ |
| 07) $25x^2 + 30xy + 9y^2$ | 17) $9 - 6(x+y) + (x+y)^2$ |
| 08) $81z^2 + 108zw + 36w^2$ | 18) $4(x+y)^2 + 4(x+y)(x-y) + (x-y)^2$ |
| 09) $64x^4y^2 + 176x^2y + 121w^6$ | 19) $9(x-y)^2 + 12(x-y)(x+y) + 4(x+y)^2$ |
| 10) $144x^8 - 24x^4y^5 + 5y^3$ | 20) $4(1+a)^2 - 4(1+a)(b-1) + (b-1)^2$ |

Factor común por agrupación

- | | |
|--|--|
| 01) $xy^2 - y^2w$ | 11) $-x - y + a(x+y)$ |
| 02) $5xy^2 - 15y$ | 12) $(a+5)(a+1) - 2(a+1)$ |
| 03) $24a^3b^2 - 12a^3b^3$ | 13) $(a+b-2)(a^2+2) - a^2 - 2$ |
| 04) $4xy - 8xy^2 - 12xy^3$ | 14) $(3x^2+8)(x+y-z) - (3x^2+8) - (x+y-4)(3x^2+8)$ |
| 05) $16a^4b^5 - 20a^3b^2 - 24a^2b^6$ | 15) $xm - ym + xn - yn$ |
| 06) $x^{a+2} - 3x^{a+3} - 5x^a$ | 16) $a^2x^2 - 8bx^2 + a^2y^2 - 8by^2$ |
| 07) $36x^{2a}y^b - 24x^{a+1}y^{b+1} + 12x^ay^{2b}$ | 17) $1 + a + 8ab + 8b$ |
| 08) $x(a+7) - 5(a+7)$ | 18) $6ax - 2by - 2bx - 12a + 6ay + 4b$ |
| 09) $2x(a-1) - 3y(a-1)$ | 19) $a^2b^3 - m^5 + a^2b^3x^2 - m^5x^2 - 3a^2b^3x + 3m^5x$ |
| 10) $x(a+9) - a - 9$ | 20) $(x+3)(x+2)(x+5) + (x+2)(x+5) + (x+5)$ |

Diferencia de cuadrados

- | | |
|------------------------|----------------------------------|
| 01) $m^2 - n^2$ | 08) $a^6/36 - 49b^4/100$ |
| 02) $x^2 - 100$ | 09) $x^{2n}b^{8n} - 1/169$ |
| 03) $25a^2 - 144b^2$ | 10) $0.81a^6 - 1.21b^8$ |
| 04) $9x^2y^4 - 121z^8$ | 11) $1.69x^8y^{10} - 2.25z^{12}$ |
| 05) $400x^{14} - 1$ | 12) $a^{4n}b^{6n} - c^{12x}/64$ |
| 06) $1/4 - 16x^2$ | 13) $(m-n)^2 - (x+y)^2$ |
| 07) $1/16 - x^4/25$ | 14) $(3x-4)^2 - (2x-6)^2$ |
| | 15) $(3a+2b-c)^2 - (2a+2b)^2$ |
| | 16) $25a^{10} - (3a^2+4)^2$ |

Suma y diferencia de cubos

- | | |
|------------------------------|-----------------------------------|
| 01) $1 + x^3$ | 11) $125x^9y^{18} - 512z^{27}$ |
| 02) $x^3 + 1000$ | 12) $216x^{12} - 729y^{21a}$ |
| 03) $27a^3 + 125b^3$ | 13) $343x^{3a} - 512y^{6b}$ |
| 04) $64x^3y^6 + 216z^9$ | 14) $(x + 4)^3 - 8$ |
| 05) $512x^{6a} + 729y^{3b}$ | 15) $(3a + 2b)^3 - (2a + 2b)^3$ |
| 06) $1/8 + 125x^3$ | 16) $125 - (3a^2 + 1)^3$ |
| 07) $1/27 + x^6/216$ | 17) $27(x - y)^3 - 8(x + y)^3$ |
| 08) $a^6/343 + 8b^{12}/1000$ | 18) $0.027x^3 - 0.008y^6$ |
| 09) $1000 - m^3$ | 19) $8/125x^6 - 1000z^9/64y^{12}$ |
| 10) $8a^3 - 64b^3$ | 20) $64(a - b)^3 + 27(a + b)^3$ |

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

- | | |
|---|---------------------------|
| 01) $x^2 + 8x + 15$ | 11) $x^2 + 0.6x - 2.16$ |
| 02) $n^2 + n - 20$ | 12) $y^2 - 0.2y - 1.95$ |
| 03) $m^2 - 12m + 27$ | 13) $x^2 + 35x + 300$ |
| 04) $x^2 - 2x - 24$ | 14) $y^2 + 10y - 600$ |
| 05) $x^2 + 20x + 75$ | 15) $z^2 + 12z - 693$ |
| 06) $y^2 + 16y - 80$ | 16) $w^2 - 69w + 1080$ |
| 07) $x^2 - 25x + 100$ | 17) $x^2y^2 + 34xy + 120$ |
| 08) $y^2 - 6y - 72$ | 18) $z^2 - 2.3z + 1.26$ |
| 09) $y^2 + \frac{5y}{6} + \frac{1}{6}$ | 19) $w^2 + 0.8w + 0.15$ |
| 10) $x^2 + \frac{x}{20} - \frac{1}{20}$ | 20) $403 - 44x + x^2$ |

Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| 01) $2x^2 + 7x + 3$ | 11) $20x^2 + 84x - 80$ |
| 02) $2y^2 + 9y + 4$ | 12) $24b^2 + 58b - 35$ |
| 03) $3z^2 - 14z - 5$ | 13) $10x^2 + 110x + 300$ |
| 04) $4x^2 - 29x + 7$ | 14) $6y^2 + 50y - 600$ |
| 05) $5x^2 + 12x - 9$ | 15) $15z^2 + 186z - 693$ |
| 06) $6y^2 + 21y + 12$ | 16) $1.5w^2 + 4w + 2$ |
| 07) $7x^2 - 46x - 21$ | 17) $2x^2y^2 + 5xy + 2$ |
| 08) $8y^2 + 24y - 32$ | 18) $0.2z^2 - 1.3z + 2$ |
| 09) $9x^2 - 66x + 40$ | 19) $0.1w^2 + 13w - 3$ |
| 10) $10x^2 - 32x - 90$ | 20) $200 - 130x + 11x^2$ |

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS⁶**GUÍA DE TRABAJO No.1**

En la presente guía de trabajo desarrollaremos simplificaciones de fracciones y ecuaciones que requirieran del manejo de los casos de factorización. Guíate con los ejemplos presentados y cualquier duda con tu monitor. Disfruta de tu trabajo...

1° Simplificación de monomios:

$$\frac{8a^2b^5}{2ab^3} = 4ab^2$$

2° Simplificación de polinomios:

Ejemplo 1 $\frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25} = \frac{(x+2)(x+5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{x+2}{x-5}$

Ejemplo 2 $\frac{x^2 - 16}{2x^2 + 8x} = \frac{(x+4)(x-4)}{2x(x+4)} = \frac{x-4}{2x}$

No te olvides: PRIMERO FACTORIZAR..... LUEGO SIMPLIFICAR.

EJERCICIOS DE SIMPLIFICACIÓN:

Con tu grupo de trabajo simplificar las siguientes expresiones, aplicando los criterios de factorización que corresponda:

Trabajo independiente

Simplificar o reducir a su más simple expresión:

1. $\frac{3ab}{2a^2x+2a^3}$

4. $\frac{x^2-2x-3}{x-3}$

8. $\frac{3y - 6x \dots}{2mx-my-2nx+ny}$

2. $\frac{xy}{3x^2y-3xy^2}$

5. $\frac{x^2-4}{5ax+10a}$

9. $\frac{8 - a^3}{a^2+2a-8}$

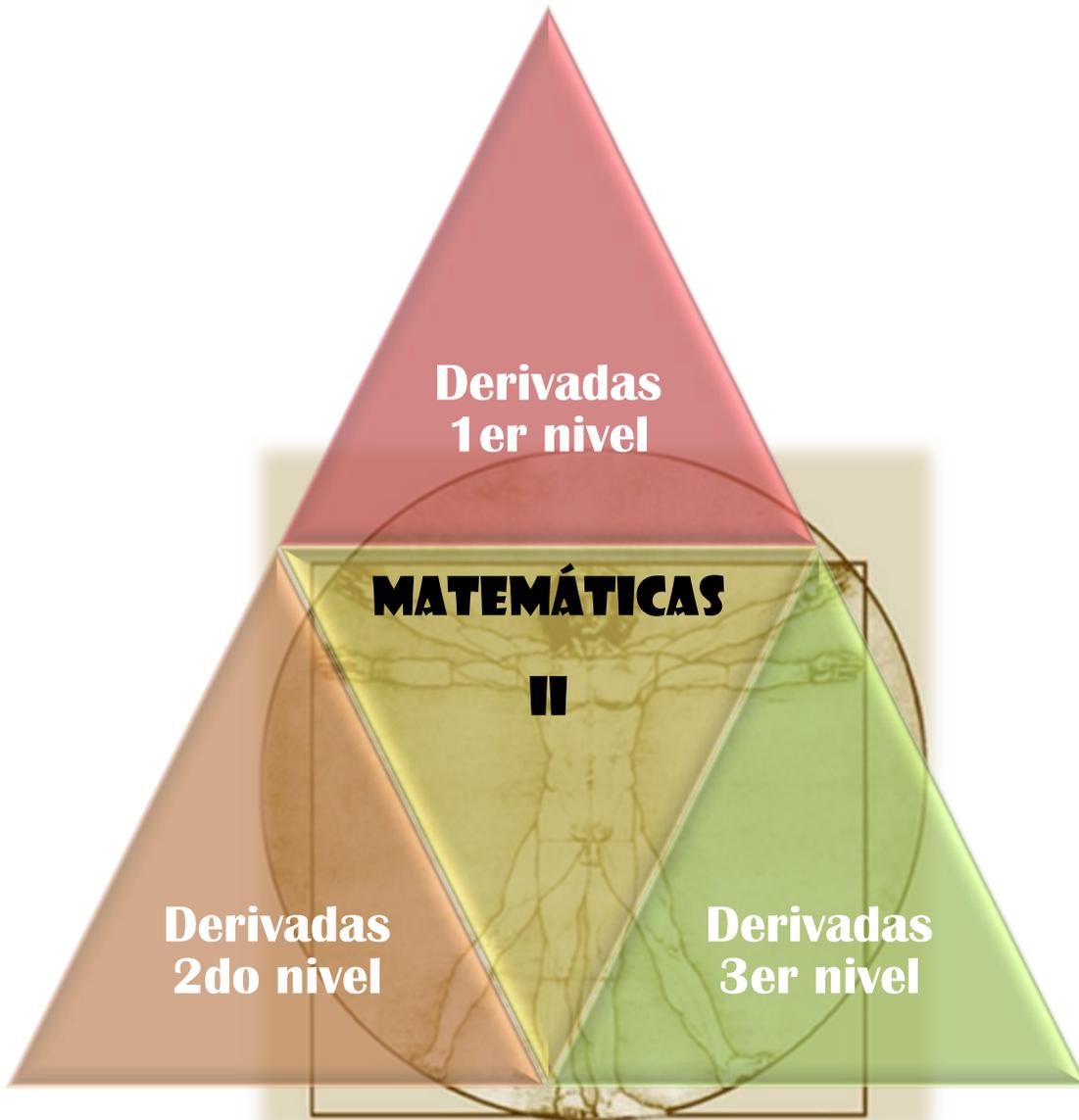
3. $\frac{2ax+4by}{3ay+6by}$

6. $\frac{3x^2-4x-15}{x^2-5x+6}$

10. $\frac{a^2 + a - 2}{n-an-m+am}$

7. $\frac{x^2 - x - 12}{16 - x^2}$

⁶ SIMPLIFICACION DE FRACCIONES ALGEBRAICAS .Recuperado: Octubre 15 de 2009. www.sectormatematica.cl



DERIVADAS

GUÍA DE TRABAJO No. 1.

*Derivadas de 1er Nivel*Derivada de una constante⁷

Tipo nº 1
 $[K]' = 0$
**LA DERIVADA DE UNA
CONSTANTE es cero.**

Ejercicio nº 1) $f(x) = 7$

Ejercicio nº 2) $f(x) = -4$

Ejercicio nº 3) $f(x) = e$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \pi$

Ejercicio nº 5) $f(x) = \frac{5}{4}$

Ejercicio nº 6) $f(x) = \sqrt{8}$

Ejercicio nº 7) $f(x) = \sqrt[3]{5}$

Ejercicio nº 8) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{7}}$

Ejercicio nº 9) $f(x) = \frac{-\sqrt[3]{3}}{\sqrt{7}}$

Ejercicio nº 10) $f(x) = \frac{-e^4}{\sqrt{37}}$

Derivada de una función potencial: Forma simple

Tipo nº 2
 $[x^r]' = rx^{r-1}$
**LA DERIVADA DE UNA
FUNCIÓN POTENCIAL es igual
al exponente por la variable
elevado a una unidad menos.**

Ejercicio nº 11) $f(x) = x^6$

Ejercicio nº 12) $f(x) = x^3$

Ejercicio nº 13) $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$

Ejercicio nº 14) $f(x) = x^{-7}$

Ejercicio nº 15) $f(x) = x^{\frac{-4}{7}}$

Ejercicio nº 16) $f(x) = x$

⁷ EJERCICIOS DE DERIVADAS I, II, III Y IV NIVEL.
Recuperado: Diciembre 12 de 2009

Ejercicio n° 17) $f(x) = \frac{1}{x^3}$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \frac{1}{x^4}$

Ejercicio n° 19) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ $f(x) = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = x^{-\frac{3}{2}}$

Ejercicio n° 20) $f(x) = \sqrt{x}$

Ejercicio n° 21) $f(x) = \sqrt[5]{x}$

Ejercicio n° 22) $f(x) = \sqrt[5]{x^4}$

Ejercicio n° 23) $f(x) = \sqrt[4]{x^5}$

Ejercicio n° 24) $f(x) = \sqrt[4]{x^{11}}$

Ejercicio n° 25) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Ejercicio n° 26) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

Ejercicio n° 27) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$

Ejercicio n° 28) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

Ejercicio n° 29) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{3}}} = x^{-\frac{7}{3}}$

Derivada de una función logarítmica: Forma simple

$$[\ln(x)]' = \frac{1}{x}$$

Ejercicio n° 30) $f(x) = \ln(x)$

Derivada de una función exponencial con base e: forma simple

$$[e^x]' = e^x$$

Ejercicio n° 31) $f(x) = e^x$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e: forma simple

$$[a^x]' = a^x \ln(a)$$

Ejercicio n° 32) $f(x) = 9^x$

Ejercicio n° 33) $f(x) = 2^x$

Ejercicio n° 34) $f(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x$

Ejercicio n° 35) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Ejercicio n° 36) $f(x) = 0.25^x$



“Somos pensadores cuando pensamos positivamente y actuamos decididamente”.

Anónimo

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

$$[\text{sen}(x)]' = \text{cos}(x)$$

Ejercicio n° 37) $f(x) = \text{sen}(x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

$$[\text{cos}(x)]' = -\text{sen}(x)$$

Ejercicio n° 38) $f(x) = \text{cos}(x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente: forma simple

$$[\text{tg}(x)]' = \frac{1}{\text{cos}^2(x)}$$

Ejercicio nº 39) $f(x) = \text{tg}(x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno: forma simple

$$[\arcsen(x)]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ejercicio nº 40) $f(x) = \text{arc sen}(x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente: forma simple

$$[\arctg(x)]' = \frac{1}{1+x^2}$$

Ejercicio nº 41) $f(x) = \text{arc tg}(x)$ 

DERIVADAS*GUÍA DE TRABAJO No. 2. Derivadas de 2do Nivel*

Regla nº 1

$$[kf]' = kf'$$

LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE POR UNA FUNCIÓN, es igual a la constante por la derivada de la función.

Derivada de una función potencial: forma simple

Ejercicio nº 1) $f(x) = 4x$

Ejercicio nº 5) $f(x) = 8x^3$

Ejercicio nº 2) $f(x) = -5x$

Ejercicio nº 6) $f(x) = 2x^7$

Ejercicio nº 3) $f(x) = \frac{2}{5}x$

Ejercicio nº 7) $f(x) = 5x^{\frac{9}{2}}$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \sqrt{2}x$

Ejercicio nº 8) $f(x) = 3x^{-6}$

POTENCIAS.
Sigue recordando:

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

$$\sqrt[c]{a^b} = a^{\frac{b}{c}}$$

Ejercicio nº 9) $f(x) = 4x^{\frac{-3}{7}}$

Ejercicio nº 10) $f(x) = \frac{4}{x}$

Ejercicio n° 11) $f(x) = \frac{5}{x^7}$

Ejercicio n° 12) $f(x) = 3\sqrt{x}$

Ejercicio n° 13) $f(x) = -4\sqrt{x}$

Ejercicio n° 14) $f(x) = 3\sqrt[5]{x}$

Ejercicio n° 15) $f(x) = 2\sqrt[5]{x^3}$

Ejercicio n° 16) $f(x) = 5\sqrt[3]{x^7}$

Ejercicio n° 17) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[6]{x}}$

Ejercicio n° 19) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x^5}}$

Ejercicio n° 20) $f(x) = \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}$

Ejercicio n° 21) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{x^8}}$

Regla n° 2

$$[f + g]' = f' + g'$$

LA DERIVADA DE UNA SUMA DE FUNCIONES, es igual a suma de las derivadas de las funciones.

Ejercicio n° 22) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 5$

Ejercicio n° 23) $f(x) = 5x^3 + 3x^2 + 6x + 5$

Ejercicio n° 24) $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 6x + 8$

Ejercicio n° 25) $f(x) = x^{-3} + x^2 + x^{-1} + 7$

Ejercicio n° 26) $f(x) = x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{2}{3}} + 7x + 3$

Ejercicio n° 27) $f(x) = 4x^{-5} + 6x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{5}{2}} + 3$

Ejercicio n° 28) $f(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 5x - 3$

Ejercicio n° 29) $f(x) = \frac{8}{3}x^4 + \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + 5x^{\frac{-2}{5}} - 13$



Regla nº 3

$$[f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES es igual a la derivada de la primera función por la segunda función menos la primera función por la derivada de la segunda función.

Ejercicio nº 30) $f(x) = (3x^2 + 3)(2x^2 + 1)$

Ejercicio nº 31) $f(x) = (4x^3 - 6)(4x^2 + 4)$

Ejercicio nº 32) $f(x) = (-x^2 + 4x + 5)(4x^4 - 3)$

Ejercicio nº 33) $f(x) = (x + 5x^2 + 6x^3)(4x^2 - 5)$

Regla nº 4

$$\left[\frac{f}{g} \right]' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE FUNCIONES, es igual a la derivada de la función del numerador por la función del denominador menos la función del numerador por la derivada de la función del denominador, dividido todo ello por el denominador al cuadrado.

Ejercicio nº 34) $f(x) = \frac{2x^3 + 5}{4x^2 + 7}$

Ejercicio nº 35) $f(x) = \frac{4x^3 - 5x^2}{3x^2 - 4}$

Ejercicio nº 36) $f(x) = \frac{x^{-2} + x^4 - 6}{3x^3 + 4x^4}$

Ejercicio nº 37) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 3}{3x^2 + 7}$

Ejercicio nº 38) $f(x) = \frac{x^{-2} + x^5 - 6}{x^4 + x^{-3}}$

Derivada de una función logarítmica: forma simple

Ejercicio nº 39) $f(x) = 5 \ln(x)$

Ejercicio nº 40) $f(x) = \frac{3}{5} \ln(x)$

DERIVADAS*GUÍA DE TRABAJO No. 3. Derivadas de 3er Nivel***Recuerda**

En las fórmulas de las derivadas que aparecen a continuación, cuando ponemos la letra **u** lo que estamos representando es una función que depende de la variable x y que realmente se: **$u(x)$**

*Derivada de una función logarítmica: forma compuesta simple***Tipo nº 3**

$$[\mathbf{Ln}(u)]' = \frac{\mathbf{u}'}{\mathbf{u}}$$

LA DERIVADA DEL LOGARITMO NEPERIANO DE UNA FUNCIÓN DE x es igual a la derivada de la función de x dividida entre dicha función.

Ejercicio nº 1) $f(x) = \ln(2x)$

Ejercicio nº 2) $f(x) = \ln\left(\frac{3x}{4}\right)$

Ejercicio nº 3) $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{2}\right)$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \ln(3x)$

Ejercicio nº 5) $f(x) = 4\ln(5x)$

Ejercicio nº 6) $f(x) = \frac{3}{2}\ln(7x)$

Ejercicio nº 7) $f(x) = \frac{-4}{5}\ln\left(\frac{2x}{3}\right)$

LOGARITMOS

Recuerda de la ESO:

$$\mathbf{Ln}(a^b) = b\mathbf{Ln}(a)$$

El LOGARITMO DE "a" ELEVADO A "b" es igual al exponente b multiplicado por el logaritmo de a

Ejercicio nº 8) $f(x) = \ln(x^2)$

Ejercicio nº 10) $f(x) = 3\ln(x^4)$

Ejercicio nº 9) $f(x) = \ln(x^{-5})$

Ejercicio n° 11) $f(x) = 7 \ln \left(\frac{2}{x^5} \right)$

Ejercicio n° 12) $f(x) = -6 \ln \left(x^{\frac{1}{2}} \right)$

Ejercicio n° 13) $f(x) = \frac{4}{5} \ln \left(x^{\frac{2}{3}} \right)$

Ejercicio n° 14) $f(x) = \ln \left(\sqrt{x^3} \right)$

Ejercicio n° 15) $f(x) = \ln \left(\sqrt[3]{x^2} \right)$

Ejercicio n° 16) $f(x) = \ln \left(\sqrt[3]{x^5} \right)$

Ejercicio n° 17) $f(x) = 4 \ln \left(\sqrt[4]{x^5} \right)$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \frac{3}{4} \ln \left(\sqrt[7]{x^5} \right)$

Ejercicio n° 19) $f(x) = 4 \ln \left(\sqrt[3]{7x^5} \right)$

Ejercicio n° 20) $f(x) = \frac{2}{7} \ln \left(11 \sqrt[4]{9x^5} \right)$

Ejercicio n° 21) $f(x) = \ln [\cos(x)]$

TRIGONOMETRÍA.

Recuerda:

$$\operatorname{ctg}(x) = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$$

LA COTANGENTE DE UN ÁNGULO, es igual al coseno de dicho ángulo dividido entre el seno del mismo.

Ejercicio n° 22) $f(x) = \ln [\operatorname{sen}(x)]$

Ejercicio n° 23) $f(x) = \ln [\operatorname{arc\,tg}(x)]$

Ejercicio n° 24) $f(x) = \operatorname{Ln}(-x^3 + 15x^2 + \operatorname{sen}(x))$

Ejercicio n° 25) $f(x) = \operatorname{Ln}(3x^2 + 4x)$

Ejercicio n° 26) $f(x) = \operatorname{Ln}(5x^{-2} + 4 \cos(x))$

Ejercicio n° 27) $f(x) = \operatorname{Ln}(3x^3 + x^{-4} + e^x + 1)$

Ejercicio n° 28) $f(x) = \ln(4x^5 + 3x^2 - x^{-2} + 3e^x)$

Ejercicio n° 29) $f(x) = (x+4)\ln(3x+5)$

Ejercicio n° 30) $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 5)\ln(5x^2 - 7)$

Ejercicio n° 31) $f(x) = (4x^5 + 2x^3 + x + 1)\ln(6x^5 - x + 8)$

Ejercicio n° 32) $f(x) = (-3x^2 + 10x - 1)\ln(x^6 + 4x - 5)$

Ejercicio n° 33) $f(x) = (x^7 + 7x^3 + 3x + 1)\ln(4x^2 - 3x - 1)$

Derivada de una función exponencial con base e:
Forma compuesta.

Tipo n° 5

$$\left[e^u \right]' = e^u \cdot u'$$

LA DERIVADA DEL NÚMERO “e” ELEVADO A UNA FUNCIÓN DE x es igual al número “e” elevado a dicha función de x multiplicado por la derivada de dicha función.

Ejercicio n° 34) $f(x) = e^{2x}$

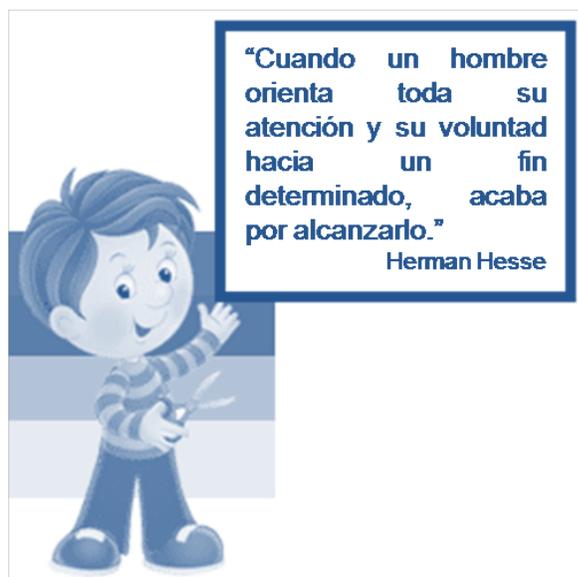
Ejercicio n° 35) $f(x) = e^{7x}$

Ejercicio n° 36) $f(x) = e^{-x}$

Ejercicio n° 37) $f(x) = e^{-4x}$

Ejercicio n° 38) $f(x) = e^{\frac{2x}{3}}$

Ejercicio n° 39) $f(x) = 3e^{4x}$



DERIVADAS*GUÍA DE TRABAJO No. 4. Derivadas de 4to Nivel**Derivada de una función potencial*

Ejercicio no 1) $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 5)^5$

Ejercicio no 2) $f(x) = (2x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-3} + 5)^2$

Ejercicio no 3) $f(x) = (8x^3 + \frac{2}{9}x^{-1} + 7x^{-2} + 4)^8$

Ejercicio no 4) $f(x) = (4x^3 + 2x^{-2} + 3x - 4)^{-5}$

Ejercicio no 5) $f(x) = (-3x^6 + 4x^{-1} + 3x^{-6} - 3)^{-7}$

Derivada de una función logarítmica

Ejercicio no 6) $f(x) = \text{Ln}(4x^3 + x^2 + 3x + 5)^6$

Ejercicio no 7) $f(x) = \text{Ln}(3x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6)^5$

Ejercicio no 8) $f(x) = \text{Ln}(7x^3 + \frac{3}{8}x^{-1} + 7x^{-2} + 3)^7$

Ejercicio no 9) $f(x) = \text{Ln}(5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4)^{-5}$

Ejercicio no 10) $f(x) = \text{Ln}(-3x^4 + 8x^{-2} + 24x^2 + 6)^{-2}$

Derivada de una función exponencial con base el número e

Ejercicio no 11) $f(x) = e^{(x^4 + x^2 + x + 8)^7}$

Ejercicio no 12) $f(x) = e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5}$



Ejercicio no 13) $f(x) = e^{(-5x^3 + 4x^2 - 3x - 8)^2}$

Ejercicio no 14) $f(x) = e^{(x^4 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{5}x + 6)^3}$

Ejercicio no 15) $f(x) = e^{(-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^5}$

Ejercicio no 16) $f(x) = x^2 e^{x^5}$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e

Ejercicio no 17) $f(x) = 4^{(8x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 4)^6}$

Ejercicio no 18) $f(x) = 5^{(2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + x + 4)^7}$

Ejercicio no 19) $f(x) = 3^{(2x^5 + x^4 + x^2 + 2x + 3)^8}$

Ejercicio no 20) $f(x) = 6^{(-3x^6 + x^6 + 2)^9}$

Ejercicio no 21) $f(x) = 2^{(-\frac{2}{9}x^5 + 4x^3 + \frac{7}{5}x - 3)^6}$

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

Ejercicio no 22) $f(x) = (3x + 4)\text{sen}(4x^2 + 5)$

Ejercicio no 23) $f(x) = (3x^4 + x + 2)\text{sen}(x^2 + 4x - 1)$

Ejercicio no 24) $f(x) = (x^3 - 2e^{2x})\text{sen}(3x^2 + 3e^{4x})$

Ejercicio no 25) $f(x) = (2x^5 - 3e^{2x})\text{sen}(4x^3 - 5)$

Ejercicio no 26) $f(x) = (6x^2 + 2^{3x})\text{sen}(2x^5 - 3e^x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

Ejercicio no 27) $f(x) = (7x^2 + 12) \cos(3x^4 - 3)$

Ejercicio no 28) $f(x) = (4x^2 - 3x + 1) \cos(3x^2 - 5)$

Ejercicio no 29) $f(x) = (4x^6 + x^3 + x - 2) \cos(x^4 + 7x)$

Ejercicio no 30) $f(x) = (-x^3 + 2x - 3) \cos(x^5 - 3e^{2x})$

Ejercicio no 31) $f(x) = (3x - 5^{3x}) \cos(4x^3 + 2^{4x})$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente

Ejercicio no 32) $f(x) = (4x^2 - 5) \operatorname{tg}(x + 7)$

Ejercicio no 33) $f(x) = (x + 2) \operatorname{tg}(x^2 + 3x + 1)$

Ejercicio no 34) $f(x) = (x^5 + x^3 + 2) \operatorname{tg}(3x^2 + 2x + 1)$

Ejercicio no 35) $f(x) = (x^2 - 3x + 2e^{4x}) \operatorname{tg}(x^3 + 4x^2 + 3x + 1)$

Ejercicio no 36) $f(x) = (2x^6 + 3e^{3x} + 2) \operatorname{tg}(x^2 - 2x + 3)$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente

Ejercicio no 37) $f(x) = (x^2 + 1) \operatorname{arc\,tg}(x^3 + 5)$

Ejercicio no 38) $f(x) = (x^3 + 4x^2 - 5) \operatorname{arc\,tg}(6x^2 + 8)$

Ejercicio no 39) $f(x) = (x^2 + 7x - 2) \operatorname{arc\,tg}(x^4 + 3x^2 + x - 2)$

Ejercicio no 40) $f(x) = (x^4 + e^x + 1) \operatorname{arc\,tg}(3x^2 + x + 5)$

Ejercicio no 41) $f(x) = (x^3 + 4x + 3) \operatorname{arc\,tg}(x^2 + e^{2x} + 1)$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno

Ejercicio no 42) $f(x) = (x + 3) \operatorname{arc} \operatorname{sen}(x^2 + 2)$

Ejercicio no 43) $f(x) = (x^2 + 4x + 2) \operatorname{arc} \operatorname{sen}(x^4 + 3x^2 + 1)$

Ejercicio no 44) $f(x) = (x^3 + e^{2x} + 3) \operatorname{arc} \operatorname{sen}(3x^2 - 2x + 2)$

Ejercicio no 45) $f(x) = (e^{2x} + 4^{3x} + x + 2) \operatorname{arc} \operatorname{sen}(3x^2 - 4x + 1)$

Ejercicio no 46) $f(x) = (x^5 - 4x^2 + 3x + 2) \operatorname{arc} \operatorname{sen}(e^{2x} + 4^{3x} + 2)$



RESPUESTAS

Cuadros mágicos (guía de trabajo no. 1).

1. Suma 15.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2. Suma 24.

12	8	4
5	10	9
7	6	11

3.

L	O	S	A
O	S	A	L
S	A	L	O
A	L	O	S

4.

1	4	3	2
2	3	1	4
4	1	2	3
3	2	4	1

Cuadros mágicos (guía de trabajo no. 2).



1.

a. $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$

b. Intercalando los dígitos:

c.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	9	4
7	5	3
6	1	8

2.

10	11	6	7
15	8	9	2
5	14	3	12
4	1	16	13

Reducción de términos semejantes (guía de trabajo no. 1).

1.

a.

2. $a + b - c - b - c + 2c - a$

Solución:

$$a + b - c - b - c + 2c - a = (a - a) + (b - b) + (-c + 2c) \quad \text{\{agrupando por clases\},}$$

$$\Rightarrow a + b - c - b - c + 2c - a = 0 + 0 + c \quad \text{\{reduciendo\};}$$

$$\therefore a + b - c - b - c + 2c - a = c.$$

b.

3. $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$

Solución:

$$5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y = (5x + 20x) + (-11y - y) + (-9 - 1) \quad \text{\{agrupando por clases\},}$$

$$\Rightarrow 5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y = (25x) + (-12y) + (-10) \quad \text{\{reduciendo\};}$$

$$\therefore (5x + 20x) + (-11y - y) + (-9 - 1) = 25x - 12y - 10.$$

c.

6. $-81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y$

Solución:

$$-81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y = (-81x + 80x + x) + (19y + 6y - 25y) + (-30z)$$

\{agrupando por clases\},

$$\Rightarrow -81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y = (0) + (0) + (-30z) \quad \text{\{reduciendo\};}$$

$$\therefore -81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y = -30z.$$

d.

7. $15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab$

Solución:

$$15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab = (15a^2 - 8a^2 + a^2) + (-6ab - 5ab - ab) + (20 - 31)$$

\{agrupando por clases\},

$$\Rightarrow 15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab = (16a^2 - 8a^2) + (-12ab) + (-11) \quad \text{\{reduciendo\};}$$

$$\therefore 15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab = 8a^2 - 12ab - 11.$$



Productos notables (guía de trabajo no. 1).

1. Ejercicios.

a.

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

b.

$$(x^{a+1} + y^{b-2})^2 = x^{2a+2} + 2x^{a+1}y^{b-2} + y^{2b-4}$$

c.

$$(8 - a)^2 = 64 - 16a + a^2$$

d.

$$(3x^4 - 5y^2)^2 = 9x^8 - 30x^4y^2 + 25y^4$$

e.

$$(x^{a+1} - 4x^{a-2})^2 = x^{2a+2} - 8x^{2a-1} + 16x^{2a-4}$$

f.

$$(7x^2 - 12y^3)(7x^2 + 12y^3) = 49x^4 - 144y^6$$

g.

$$(x + 4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$$

h.

$$(5x + 2y)^3 = 125x^3 + 150x^2y + 60xy^2 + 8y^3$$

i.

$$(2x^2y + 4m)^3 = 8x^6y^3 + 48x^4y^2m + 96x^2ym^2 + 64m^3$$

**j**

$$(1 - 4y)^3 = 1 - 12y + 48y^2 - 64y^3$$

k.

$$(3a^3 - 7xy^4)^3 = 27a^9 - 189a^6xy^4 + 441a^3x^2y^8 - 343x^3y^{12}$$

l.

$$(2x^{a+4} - 8y^{a-1})^3 = 8x^{3a+12} - 96x^{2a+8}y^{a-1} + 384x^{a+4}y^{3a-3} - 512y^{3a-3}$$

m.

$$(x + 5)(x + 3) = x^2 + 8x + 15$$

n.

$$(a + 9)(a - 6) = a^2 + 3a - 54$$

o.

$$(4ab^2 + 6xy^3)^2 = 16a^2b^4 + 48ab^2xy^3 + 36x^2y^6$$

p.

$$(y - 12)(y - 7) = y^2 - 19y + 84$$

q.

$$(4x^3 + 15)(4x^3 + 5) = 16x^6 + 80x^3 + 75$$

r.

$$(5y^{a+1} + 4)(5y^{a+1} - 14) = 25y^{2a+2} - 50y^{a+1} - 56$$

**s.**

$$(7a + b)^2 = 49a^2 + 14ab + b^2$$

t.

$$(5a + 10b)(5a - 10b) = 25a^2 - 100b^2$$

2. Ejercicios.

a. $a - 4$

b. $5x - 7y$

c. $2a + 4xy^2$

d. $3 + 6x^2$

e. $4x^2 + 5y^2$

f. $(x + y) + 10$

g. $1 - x + x^2$

h. $16x^2 - 12xy + 9y^2$

i. $25a^2 - 15ab + 9b^2$

j. $4a^8 + 10a^4b^5 + 25b^{10}$

k. $81x^2y^4 + 72xy^2z^3 + 64z^6$

Factorización (guía de trabajo no. 1).

Factorización por factor común.

1. $35m^2(n^3 - 2m)$

2. $x^3(1 + x^2 - 4)$

3. $3^a(3^a - 4b + 5a^2b^2 - 8b^3)$

4. $8x^2y(2xy - 1 - 3x^2y - 5y^2)$

5. $31a^2x(3axy - 2x^2y^2 - 4)$



6. $(x-2)(3x-2y)$
7. $(1-x)(1+2^a)$
8. $Ab(3^a+6-5a^2b+8ax+4bm)$

Factorización por diferencia de cuadrados.

1. $(ab^4+c)(ab^4-c)$
2. $(5xy^2+11)(5xy^2-11)$
3. $7xy^3z^5+a6)(7x^3z^5-a6)$
4. $(2x^n + \frac{1}{3})(2x^n - \frac{1}{3})$
5. $(3x+y)(x-y)$
6. $(a+2x+2)(a-2)$
7. $(7a^{5n} + \frac{b^{6n}}{9})(7a^{5n} - \frac{b^{6n}}{9})$
8. $(a^n b^{2n} + \frac{1}{5})(a^n b^{2n} - \frac{1}{5})$

Factorización por trinomio cuadrado perfecto.

1. $(a-b)^2$
2. $(a+b)^2$
3. $(x-1)^2$
4. $(y^2+1)^2$
5. $(4+5x^2)^2$
6. $(a-5)^2$
7. $(3-x^2)^2$

Factorización de trinomios de la forma $x^2 + bx + c$

1. $(x-3)(x-2)$
2. $(x+5)(x-2)$
3. $(x+5)(x+2)$
4. $(x+2)(x+1)$
5. $(a+3)(a+1)$
6. $(m+7)(m-2)$
7. $((y-5)(y-4)$
8. $(a+24)(a+18)$
9. $(m-45)(m+15)$
10. $(y+42)(y+8)$



Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción.

1. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$
2. $(m^2+mn+n^2)(m^2-mn+n^2)$
3. $(x^4+x^2+2)(x^4-x^2+2)$
4. $(a^2+2^a+3)(a^2-2^a+3)$
5. $(a^2+ab-b^2)(a^2-ab-b^2)$
6. $(a^2+2a+3)(a^2-2a+3)$

Factorizar una expresión que es el cubo de un binomio.

1. $(a+1)^3$
2. $(3-x)^3$
3. $(m+n)^3$
4. $(1-a)^3$
5. $(2+a^2)^3$
6. $(5x+1)^3$

Factorización (guía de trabajo no. 2).

Trinomios cuadrados perfectos.

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 01) $(x+3)^2$ | 11 = $(x+y)(a-1)$ |
| 02) $(4x+1)^2$ | 12 = $(a+1)(a+3)$ |
| 03) $(y-5)^2$ | 13 = $(a^2+2)(a+b-3)$ |
| 04) $(2y-6)^2$ | 14 = $(3x^2+8)(3-z)$ |
| 05) $(7x+8)^2$ | 15 = $(x-y)(m+n)$ |
| 06) $(9y-10)^2$ | 16 = $(x^2+y^2)(a^2-8b)$ |
| 07) $(5x+3y)^2$ | 17 = $(a+1)(8b+1)$ |
| 08) $(9z-6w)^2$ | 18 = $(6a-2b)(x+y-2)$ |
| 09) $(8x^2y+11w^3)^2$ | 19 = $(a^2b^3-m^5)(1-3x+x^2)$ |
| 10) $(12x^4-\sqrt{5}y^5)^2$ | 20 = $(x+5)(x+3)^2$ |



Factor común por agrupación

- | | | | |
|----|---------------------------------|-----|-------------------|
| 01 | $= y^2(x - w)$ | 11) | $(0.2x - 10)^2$ |
| 02 | $= 5xy(y - 3)$ | 12) | $(20y^2 + 0.3)^2$ |
| 03 | $= 12a^3b^2(2 - b)$ | 13) | $(a/2 + 4)^2$ |
| 04 | $= 4xy(1 + 2y - 3y^2)$ | 14) | $(x/3 - 8)^2$ |
| 05 | $= 4a^2b^4(4a^2b - 5a + 6b^2)$ | 15) | $(5x/2 + 4y/3)^2$ |
| 06 | $= x^a(x^2 + 3x^3 + 5)$ | 16) | $[x + (a + b)]^2$ |
| 07 | $= 12x^a y^b(3x^a - 2xy + y^b)$ | 17) | $[3 - (x + y)]^2$ |
| 08 | $= (a + 7)(x - 5)$ | 18) | $(x + y)^2$ |
| 09 | $= (a - 1)(2x - 3y)$ | 19) | $(5x - y)^2$ |
| 10 | $= (a + 9)(x - 1)$ | 20) | $(2a - b + 3)^2$ |

Diferencia de cuadrados.

- | | |
|-----|--|
| 01) | $= (m + n)(m - n)$ |
| 02) | $= (x + 10)(x - 10)$ |
| 03) | $= (5a + 12b)(5a - 12b)$ |
| 04) | $= (3xy^2 + 11z^4)(3xy^2 - 11z^4)$ |
| 05) | $= (20x^7 + 1)(20x^7 - 1)$ |
| 06) | $= (1/2 + 4x)(1/2 - 4x)$ |
| 07) | $= (1/4 + x^2/5)(1/4 - x^2/5)$ |
| 08) | $= (a3/6 + 7b2/10)(a3/6 - 7b2/10)$ |
| 09) | $= (x^n b^{4n} + 1/13)(x^n b^{4n} - 1/13)$ |
| 10) | $= (0.9a^3 + 1.1b^4)(0.9a^3 - 1.1b^4)$ |
| 11) | $= (1.3x^4 y^5 + 1.5z^6)(1.3x^4 y^5 - 1.5z^6)$ |
| 12) | $= (a^{2n} b^{3n} + c^{6x}/8)(a^{2n} b^{3n} - c^{6x}/8)$ |
| 13) | $= (m - n + x + y)(m - n - x + y)$ |
| 14) | $= (5x - 10)(x + 2)$ |
| 15) | $= (5a + 4b - c)(a - c)$ |

Suma y diferencia de cubos.

- | | | | |
|-----|---|-----|--|
| 11) | $(5x^3 y^6 - 8z^9)(25x^6 y^{12} + 40x^3 y^6 z^9 + 64z^{18})$ | 01) | $(1 + x)(1 - x + x^2)$ |
| 12) | $(6x^4 - 9y^{7a})(36x^8 + 54x^4 y^{7a} + 81y^{14a})$ | 02) | $(x + 10)(x^2 - 10x + 100)$ |
| 13) | $(7x^a - 8y^{2b})(49x^{2a} + 56x^a y^{2b} + 64y^{4b})$ | 03) | $(3a + 5b)(9a^2 - 15ab + 25b^2)$ |
| 14) | $(x + 2)(x^2 + 10x + 28)$ | 04) | $(4xy^2 + 6z^3)(16x^2 y^4 - 24xy^2 z^3 + 36z^6)$ |
| 15) | $a(19a^2 + 3ab + 12b^2)$ | 05) | $(8x^{2a} + 9y^b)(64x^{4a} - 72x^{2a} y^b + 81y^{2b})$ |
| 16) | $(4 - 3a^2)(9a^4 + 21a^2 + 31)$ | 06) | $(1/2 + 5x)(1/4 - 5x/2 + 25x^2)$ |
| 17) | $(x - 5y)(19x^2 - 10xy + 7y^2)$ | 07) | $(1/3 + x^2/6)(1/9 - x^2/18 + x^4/36)$ |
| 18) | $(0.3x - 0.2y^2)(0.09x^2 + 0.06xy^2 + 0.04y^4)$ | 08) | $(a^2/7 + 2b^4/10)(a^4/49 - 2a^2 b^4/70 + 4b^8/100)$ |
| 19) | $(2/5x^2 - 10z^3/4y^4)(4/25x^4 + x^2 z^3/y^4 + 100z^6/16y^8)$ | 09) | $(10 - m)(100 + 10m + m^2)$ |
| 20) | $(7a - b)(13a^2 - 14ab + 37b^2)$ | 10) | $(2a - 4b)(4a^2 + 8ab + 16b^2)$ |

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

- | | |
|--|--------------------------|
| 01) $(x + 5)(x + 3)$ | 11) $(x + 1.8)(x - 1.2)$ |
| 02) $(n + 5)(n - 4)$ | 12) $(y - 1.5)(y + 1.3)$ |
| 03) $(m - 9)(m - 3)$ | 13) $(x + 20)(x + 15)$ |
| 04) $(x - 6)(x + 4)$ | 14) $(y + 30)(y - 20)$ |
| 05) $(x + 15)(x + 5)$ | 15) $(z - 33)(z + 21)$ |
| 06) $(y + 20)(y - 4)$ | 16) $(w - 45)(w - 24)$ |
| 07) $(x - 20)(x - 5)$ | 17) $(xy + 30)(xy + 4)$ |
| 08) $(y - 12)(y + 6)$ | 18) $(z - 1.4)(z - 0.9)$ |
| 09) $(y + \frac{1}{3})(y + \frac{1}{2})$ | 19) $(w + 0.3)(w + 0.5)$ |
| 10) $(x + \frac{1}{4})(x - \frac{1}{5})$ | 20) $(x - 31)(x - 13)$ |

Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

- | |
|----------------------------|
| 01) $(2x + 1)(x + 3)$ |
| 02) $(2y + 1)(y + 4)$ |
| 03) $(z - 5)(3z + 1)$ |
| 04) $(4x - 1)(x - 7)$ |
| 05) $(5x - 3)(x + 3)$ |
| 06) $(3y + 4)(2y + 3)$ |
| 07) $(x - 7)(7x + 3)$ |
| 08) $(4y + 16)(2y - 2)$ |
| 09) $(3x - 20)(3x - 2)$ |
| 10) $(5x + 9)(2x - 10)$ |
| 11) $(5x - 4)(4x + 20)$ |
| 12) $(6b + 7)(4b + 5)$ |
| 13) $(5x + 30)(2x + 10)$ |
| 14) $(3y - 20)(2y + 30)$ |
| 15) $(5z + 77)(3z - 9)$ |
| 16) $(3w + 2)(0.5w + 1)$ |
| 17) $(2xy + 4)(xy + 0.5)$ |
| 18) $(0.5z - 2)(0.4z - 1)$ |
| 19) $(0.5w - 1)(0.2w + 3)$ |
| 20) $(11x - 20)(x - 10)$ |



Simplificación de fracciones algebraicas (guía de trabajo no. 1).

1. $\frac{3ab}{2a(x+a)}$

2. $\frac{1.....}{3(x-y)}$

3. $\frac{2x}{3y}$

4. $x+1$

5. $\frac{x-2}{5^a}$

6. $\frac{3x+5}{x-2}$

7. $\frac{x+3}{x+4}$

8. $\frac{3...}{n-m}$

9. $\frac{a^2 - 2^a + 4}{a+4}$

10. $\frac{a+2}{m-n}$

Derivadas de 1er nivel.

Derivada de una constante

Ejercicio n° 1) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 2) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 3) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 4) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 5) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 6) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 7) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 8) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 9) $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio n° 10) $f'(x) = \boxed{0}$



Derivada de una función potencial: forma simple

Ejercicio n° 11) $f'(x) = 6x^{6-1} = \boxed{6x^5}$

Ejercicio n° 12) $f'(x) = 3x^{3-1} = \boxed{3x^2}$

Ejercicio n° 13) $f'(x) = \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} = \frac{5\sqrt{x^3}}{2} = \boxed{\frac{5x\sqrt{x}}{2}}$

Ejercicio n° 14) $f'(x) = -7x^{-7-1} = -7x^{-8} = \boxed{\frac{-7}{x^8}}$

Ejercicio n° 15) $f'(x) = \frac{-4}{7}x^{\frac{-4}{7}-1} = \frac{-4}{7}x^{\frac{-4}{7}-\frac{7}{7}} = \frac{-4}{7}x^{\frac{-11}{7}} = \frac{-4}{7x^{\frac{11}{7}}} = \frac{-4}{7\sqrt[7]{x^{11}}} = \boxed{\frac{-4}{7x\sqrt[7]{x^4}}}$

Ejercicio n° 16) $f'(x) = 1x^{1-1} = 1x^0 = \boxed{1}$

Ejercicio n° 17) $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$ $f'(x) = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = \boxed{\frac{-3}{x^4}}$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \frac{1}{x^{-4}} = x^4$ $f'(x) = 4x^{4-1} = \boxed{4x^3}$

Ejercicio n° 19) $f'(x) = -\frac{3}{2}x^{\frac{-3}{2}-1} = -\frac{3}{2}x^{\frac{-3}{2}-\frac{2}{2}} = -\frac{3}{2}x^{\frac{-5}{2}} = -\frac{3}{2x^{\frac{5}{2}}} = \boxed{\frac{-3}{2\sqrt{x^5}}}$

Ejercicio n° 20) $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \boxed{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$

Ejercicio n° 21) $f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$ $f'(x) = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5x^{\frac{4}{5}}} = \boxed{\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}}$



Ejercicio n° 22) $f(x) = \sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$ $f'(x) = \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-1} = \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{4}{5}x^{-\frac{1}{5}} = \frac{4}{5x^{\frac{1}{5}}} = \frac{4}{5\sqrt[5]{x}}$

Ejercicio n° 23) $f(x) = \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}$ $f'(x) = \frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}-1} = \frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}-\frac{4}{4}} = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}} = \frac{5\sqrt[4]{x}}{4}$

Ejercicio n° 24) $f(x) = \sqrt[4]{x^{11}} = x^{\frac{11}{4}}$ $f'(x) = \frac{11}{4}x^{\frac{11}{4}-1} = \frac{11}{4}x^{\frac{11}{4}-\frac{4}{4}} = \frac{11}{4}x^{\frac{7}{4}} = \frac{11}{4}\sqrt[4]{x^7} = \frac{11x^{\frac{7}{4}}}{4}$

Ejercicio n° 25) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-1}{2x^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio n° 26) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{-\frac{1}{3}}$ $f'(x) = -\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}-1} = -\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}} = \frac{-1}{3x^{\frac{4}{3}}} = \frac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}} = \frac{-1}{3x^{\frac{4}{3}}}$

Ejercicio n° 27)

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = x^{-\frac{3}{2}}$ $f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}-1} = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}-\frac{2}{2}} = -\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}} = \frac{-3}{2x^{\frac{5}{2}}} = \frac{-3}{2\sqrt{x^5}} = \frac{-3}{2x^2\sqrt{x}}$

Ejercicio n° 28) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = x^{-\frac{2}{3}}$ $f'(x) = -\frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}-1} = -\frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}-\frac{3}{3}} = -\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}} = \frac{-2}{3x^{\frac{5}{3}}} = \frac{-2}{3\sqrt[3]{x^5}}$

Ejercicio n° 29) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^7}} = x^{-\frac{7}{3}}$ $f'(x) = -\frac{7}{3}x^{-\frac{7}{3}-1} = -\frac{7}{3}x^{-\frac{7}{3}-\frac{3}{3}} = -\frac{7}{3}x^{-\frac{10}{3}} = \frac{-7}{3x^{\frac{10}{3}}} = \frac{-7}{3\sqrt[3]{x^{10}}} = \frac{-7}{3x^3\sqrt[3]{x}}$



Ejercicio n° 30) $f'(x) = \boxed{\frac{1}{x}}$

Derivada de una función exponencial con base e: forma simple

Ejercicio n° 31) $f'(x) = \boxed{e^x}$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e: forma simple

Ejercicio n° 32) $f'(x) = \boxed{9^x \ln 9}$

Ejercicio n° 33) $f'(x) = \boxed{2^x \ln 2}$

Ejercicio n° 34) $f'(x) = \boxed{\left(\frac{7}{5}\right)^x \ln\left(\frac{7}{5}\right)}$

Ejercicio n° 35) $f'(x) = \boxed{\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln\left(\frac{1}{2}\right)}$

Ejercicio n° 36) $f'(x) = 0.25^x \ln(0.25)$

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

Ejercicio n° 37) $f'(x) = \boxed{\cos(x)}$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

Ejercicio n° 38) $f'(x) = \boxed{-\text{sen}(x)}$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente: forma simple

Ejercicio n° 39) $f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno: forma simple

Ejercicio n° 40) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente: forma simple

Ejercicio n° 41) $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Derivadas de 2do nivel.Derivada de una función potencial: forma simple

Ejercicio n° 1) $f'(x) = 4$

Ejercicio n° 2) $f'(x) = -5$

Ejercicio n° 3) $f'(x) = \frac{2}{5}$

Ejercicio n° 4) $f'(x) = \sqrt{2}$

Ejercicio n° 5) $f'(x) = 8 \cdot 3x^2 = 24x^2$

Ejercicio n° 6) $f'(x) = 2 \cdot 7x^6 = 14x^6$



Ejercicio n° 7) $f'(x) = 5 \cdot \frac{9}{2} x^{\frac{9}{2}-1} = \frac{45}{2} x^{\frac{7}{2}} = \boxed{\frac{45}{2} \sqrt{x^7}}$

Ejercicio n° 8) $f'(x) = 3(-6)x^{-7} = -18x^{-7} = \boxed{\frac{-18}{x^7}}$

Ejercicio n° 9) $f'(x) = 4 \left(\frac{-3}{7} \right) x^{\frac{-3}{7}-1} = \frac{-12}{7} x^{\frac{-3-7}{7}} = \frac{-12}{7} x^{\frac{-10}{7}} = \frac{-12}{7x^{\frac{10}{7}}} = \boxed{\frac{-12}{7\sqrt[7]{x^{10}}}}$

Ejercicio n° 10) $f(x) = \frac{4}{x} = 4x^{-1}$ $f'(x) = 4(-1)x^{-1-1} = -4x^{-2} = \boxed{\frac{-4}{x^2}}$

Ejercicio n° 11) $f'(x) = \frac{-10}{7\sqrt[7]{x^9}}$

Ejercicio n° 17) $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio n° 12) $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

Ejercicio n° 18) $f'(x) = \frac{-5}{6\sqrt[6]{x^7}}$

Ejercicio n° 13) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{x}}$

Ejercicio n° 14) $f'(x) = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^4}}$

Ejercicio n° 19) $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio n° 15) $f'(x) = \frac{6}{5\sqrt[5]{x^2}}$

Ejercicio n° 20) $f'(x) = \frac{-8}{5\sqrt[5]{x^7}}$

Ejercicio n° 16) $f'(x) = \frac{5\sqrt[3]{x^4}}{3}$

Ejercicio n° 21) $f'(x) = \frac{-40}{3\sqrt[3]{x^5}}$

La derivada de una suma de funciones

Ejercicio n° 22) $f'(x) = \boxed{3x^2 + 2x + 1}$



Ejercicio n° 23) $f'(x) = 15x^2 + 6x + 6$

Ejercicio n° 24) $f'(x) = -6x^2 + 6x - 6$

Ejercicio n° 25): $f'(x) = -3x^{-4} + 2x - x^{-2}$

Ejercicio n° 26) $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{8}{3}x^{-\frac{1}{3}} + 7$

Ejercicio n° 27) $f'(x) = -20x^{-6} + 9x^{\frac{1}{2}} - \frac{15}{2}x^{-\frac{7}{2}}$

Ejercicio n° 28) $f'(x) = \frac{6}{5}x^2 + \frac{1}{2}x + 5$

Ejercicio n° 29) $f'(x) = \frac{32}{3}x^3 + \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{7}{5}}$

La derivada de un producto de funciones

Ejercicio n° 30) $f'(x) = 6x(2x^2 + 1) + (3x^2 + 3)4x = 12x^3 + 6x + 12x^3 + 12x = 24x^3 + 18x = 6x(4x^2 + 3)$

Ejercicio n° 31)

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12x^2(4x^2 + 4) + (4x^3 - 6)8x = 48x^4 + 48x^2 + 32x^4 - 48x = \\ &= 80x^4 + 48x^2 - 48x = 16x(5x^3 + 3x - 3) \end{aligned}$$

Ejercicio n° 32)

$$\begin{aligned} f'(x) &= (-2x + 4)(4x^4 - 3) + (-x^2 + 4x + 5)16x^3 = -8x^5 + 6x + 16x^4 - 12 - 16x^5 + 64x^4 + 80x^3 = \\ &= -24x^5 + 80x^4 + 80x^3 + 6x - 12 = -2(12x^5 - 40x^4 - 40x^3 - 3x + 6) \end{aligned}$$

Ejercicio n° 33) $f'(x) = 120x^4 + 80x^3 - 78x^2 - 50x - 5$

La derivada de un cociente de funciones

Ejercicio n° 34)
$$f'(x) = \frac{6x^2(4x^2+7) - (2x^3+5)8x}{(4x^2+7)^2} = \frac{24x^4+42x^2-16x^4-40x}{(4x^2+7)^2} = \frac{8x^4+42x^2-40x}{(4x^2+7)^2} = \frac{2x(4x^3+21x-20)}{(4x^2+7)^2}$$

Ejercicio n° 35)

$$f'(x) = f(x) = \frac{(12x^2-10x)(3x^2-4) - (4x^3-5x^2)6x}{(3x^2-4)^2} = \frac{36x^4-48x^2-30x^3+40x-24x^4+30x^3}{(3x^2-4)^2} =$$
$$= \frac{12x^4-48x^2+40x}{(3x^2-4)^2} = \boxed{\frac{4x(3x^3-12x+10)}{(3x^2-4)^2}}$$

Ejercicio n° 36)
$$f'(x) = \frac{3x^7+96x^4+54x^3-28x-18}{x^7(4x+3)^2}$$

Ejercicio n° 37)
$$f'(x) = \frac{-2(3x^2-12x-7)}{(3x^2+7)^2}$$

Ejercicio n° 38)
$$f'(x) = \frac{x^{14}+24x^9+2x^7-18x^2+1}{(x^7+1)^2}$$

Derivada de una función logarítmica: forma simple

Ejercicio n° 39)
$$f'(x) = \boxed{\frac{5}{x}}$$

Ejercicio n° 40)
$$f(x) = \boxed{\frac{3}{5x}}$$

Derivadas de 3er nivel.

Noción logarítmica: forma compuesta simple

Ejercicio n° 1) $f'(x) = \frac{2}{2x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 2) $f'(x) = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3x}{4}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 3) $f'(x) = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5x}{2}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 4) $f'(x) = \frac{3}{3x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 9) $f(x) = \ln(x^{-5}) = -5\ln(x)$ $f'(x) = \frac{-5x^{-6}}{x^{-5}} = \frac{-5x^5}{x^6} = \boxed{\frac{-5}{x}}$

Ejercicio n° 10) $f(x) = 3\ln(x^4) = 3 \cdot 4\ln(x) = 12\ln(x)$ $f'(x) = 12 \cdot \frac{1}{x} = \boxed{\frac{12}{x}}$

Ejercicio n° 11) $f(x) = 7\ln\left(x^{\frac{2}{5}}\right) = 7 \cdot \frac{2}{5}\ln(x) = \frac{14}{5}\ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{14}{5x}}$

Ejercicio n° 5) $f'(x) = 4 \cdot \frac{5}{5x} = \boxed{\frac{4}{x}}$

Ejercicio n° 6) $f'(x) = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 7x} = \boxed{\frac{3}{2x}}$

Ejercicio n° 7) $f'(x) = \frac{-4}{5} \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2x}{3}} = \boxed{\frac{-4}{5x}}$

Ejercicio n° 8) $f(x) = \ln(x^2) = 2\ln(x)$
 $f'(x) = \boxed{\frac{2}{x}}$

Ejercicio n° 12) $f(x) = -6 \ln\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = -6 \cdot \frac{1}{2} \ln(x) = -3 \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{-3}{x}}$

Ejercicio n° 13) $f(x) = \frac{4}{5} \ln\left(x^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \ln(x) = \frac{8}{15} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{8}{15x}}$

Ejercicio n° 14) $f(x) = \ln\left(\sqrt{x^3}\right) = \ln\left(x^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{3}{2x}}$

Ejercicio n° 15) $f(x) = \ln\left(\sqrt[3]{x^2}\right) = \ln\left(x^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{2}{3} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{2}{3x}}$

Ejercicio n° 16) $f(x) = \ln\left(\sqrt[3]{x^5}\right) = \ln\left(x^{\frac{5}{3}}\right) = \frac{5}{3} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{5}{3x}}$

Ejercicio n° 17) $f(x) = 4 \ln\left(\sqrt[4]{x^5}\right) = 4 \ln\left(x^{\frac{5}{4}}\right) = 4 \cdot \frac{5}{4} \ln(x) = 5 \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{5}{x}}$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \frac{3}{4} \ln\left(\sqrt[7]{x^5}\right) = \frac{3}{4} \ln\left(x^{\frac{5}{7}}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} \ln(x) = \frac{15}{28} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{15}{28x}}$

Ejercicio n° 19) $f(x) = 4 \ln\left(\sqrt[3]{7x^5}\right) \quad f'(x) = \frac{4}{x}$

Ejercicio n° 20) $f'(x) = \frac{2}{7x}$

Ejercicio n° 21) $f'(x) = \frac{-\text{sen}(x)}{\cos(x)} = \boxed{-\text{tg}(x)}$

Ejercicio n° 22) $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)} = \boxed{\text{ctg}(x)}$

Ejercicio n° 23) $f'(x) = \frac{1}{1+x^2} = \boxed{\frac{1}{(1+x^2)\text{arc tg}(x)}}$

Ejercicio n° 24) $f'(x) = \frac{-6x^2 + 30x + \cos(x)}{-x^3 + 15x^2 + \text{sen}(x)}$

Ejercicio n° 25) $f'(x) = \frac{6x+4}{3x^2+4x}$

Ejercicio n° 26) $f'(x) = \frac{-10x^{-3} - \text{sen}(x)}{5x^{-2} + 4\cos(x)}$

Ejercicio n° 27) $f'(x) = \frac{9x^2 - 4x^{-5} + e^x}{3x^3 + x^{-4} + e^x + 1}$

Ejercicio n° 28) $f'(x) = \frac{20x^4 + 6x^2 + 2x^{-3} + 3e^x}{4x^5 + 3x^2 - x^{-2} + 3e^x}$

Ejercicio n° 29) $f'(x) = 1 \cdot \ln(3x+5) + (x+4) \frac{3}{3x+5} = \boxed{\ln(3x+5) + \frac{3(x+4)}{3x+5}}$

Ejercicio n° 30) $f'(x) = \boxed{(3x^2 + 2x + 1)\ln(5x^2 - 7) + \frac{10x(x^3 + x^2 + x + 5)}{5x^2 - 7}}$



Ejercicio n° 31)
$$f'(x) = (20x^4 + 6x^2 + 1) \ln(6x^5 - x + 8) + \frac{(30x^4 - 1)(4x^5 + 2x^3 + x + 1)}{6x^5 - x + 8}$$

Ejercicio n° 32)
$$f'(x) = (-6x + 10) \ln(x^6 + 4x - 5) + \frac{(-3x^2 + 10x - 1)(6x^5 + 4)}{x^6 + 4x - 5}$$

Ejercicio n° 33)
$$f'(x) = (7x^6 + 21x^2 + 3) \ln(4x^2 - 3x - 1) + \frac{(x^7 + 7x^3 + 3x + 1)(8x - 3)}{4x^2 - 3x - 1}$$

Derivada de una función exponencial con base e: forma compuesta

Ejercicio n° 34) $f'(x) = 2e^{2x}$

Ejercicio n° 37) $f'(x) = (-4)e^{-4x} = -4e^{-4x}$

Ejercicio n° 35) $f'(x) = 7e^{7x}$

Ejercicio n° 38) $f'(x) = \frac{2}{3} e^{\frac{2x}{3}}$

Ejercicio n° 36) $f'(x) = (-1)e^{-x} = -e^{-x}$

Ejercicio n° 49) $f'(x) = 3 \cdot 4e^{4x} = 12e^{4x}$

Derivadas de 4to nivel.

Derivada de una función potencial

Ejercicio no 1) $f'(x) = 5(x^3 + x^2 + x + 5)^4 (3x^2 + 2x + 1)$

Ejercicio no 2) $f'(x) = 2(2x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-3} + 5)(8x^3 - 12x - \frac{21}{2}x^{-4})$

Ejercicio no 3) $f'(x) = 8(8x^3 + \frac{2}{9}x^{-1} + 7x^{-2} + 4)^7 (24x^2 - \frac{2}{9}x^{-2} - 14x^{-3})$

Ejercicio no 4) $f'(x) = -5(4x^3 + 2x^{-2} + 3x - 4)^{-6}(12x^2 - 4x^{-3} + 3)$

Ejercicio no 5) $f'(x) = -7(-3x^6 + 4x^{-1} + 3x^{-6} - 3)^{-8}(-18x^5 - 4x^{-2} - 18x^{-7})$

Derivada de una función logarítmica

Ejercicio no 6) $f'(x) = \frac{6(12x^2 + 2x + 3)}{4x^3 + x^2 + 3x + 5}$

Ejercicio no 7) $f'(x) = \frac{5(12x^3 - 12x - 14x^{-5})}{3x^4 - 6x^4 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6}$

Ejercicio no 8) $f'(x) = \frac{7(21x^3 - \frac{3}{8}x^{-2} - 14x^{-3})}{7x^3 + \frac{3}{8}x^{-1} + 7x^{-2} + 3}$

Ejercicio no 9) $f'(x) = \frac{-5(15x^2 - 6x^{-3} + 4)}{5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4}$

Ejercicio no 10) $f'(x) = \frac{-2(-12x^3 - 16x^{-3} + 48x)}{-3x^4 + 8x^{-2} + 24x^2 + 6}$

Derivada de una función exponencial con base el número e

Ejercicio no 11) $f'(x) = 3e^{(x^5 + x^2 + x + 8)^3} (x^5 + x^2 + x + 8)^2 (5x^4 + 2x + 1)$

Ejercicio no 12) $f'(x) = 5e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5} (2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^4 (8x^3 - 8x + 7)$

Ejercicio no 13) $f'(x) = 2e^{(-5x^3 + 4x^2 - 3x - 8)^2} (-5x^3 + 4x^2 - 3x - 8)(-15x^2 + 8x - 3)$

Ejercicio no 14) $f'(x) = 3e^{(x^4 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{5}x + 6)^3} (x^4 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{5}x + 6)^2 (4x^3 + \frac{3}{2}x + \frac{2}{5})$

Ejercicio no 15) $f'(x) = 5e^{(-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^6} (-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^4 (-\frac{4}{7}x^3 + 18x^2 + \frac{14}{3}x)$

Ejercicio no 16) $f'(x) = e^{x^5} (5x^6 + 2x)$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e

Ejercicio no 17) $f'(x) = 4^{(8x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 1)^6} 6(8x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 1)^5 (32x^3 + 15x^2 + 4x + 1) \ln(4)$

Ejercicio no 18) $f'(x) = 5^{(2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + x + 4)^7} 7(2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + x + 4)^6 (8x^3 + 12x^2 + 6x + 1) \ln(5)$

Ejercicio no 19) $f'(x) = 3^{(2x^5 + x^4 + x^{-2} + 2x + 3)^8} 8(2x^5 + x^4 + x^{-2} + 2x + 3)^7 (10x^4 + 4x^3 - 2x^{-3} + 2) \ln(3)$

Ejercicio no 20) $f'(x) = 6^{(-3x^6 + x^{-6} + 2)^{-3}} (-4)(-3x^6 + x^{-6} + 2)^{-4} (-18x^5 - 6x^{-7}) \ln(6)$

Ejercicio no 21) $f'(x) = 2^{(\frac{2}{9}x^5 + 4x^3 + \frac{7}{5}x - 3)^6} 6(-\frac{2}{9}x^5 + 4x^3 + \frac{7}{5}x - 3)^5 (-\frac{10}{9}x^4 + 12x^2 + \frac{7}{5}) \ln(2)$

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

Ejercicio no 22) $f'(x) = 3\text{sen}(4x^2 + 5) + 8x(3x + 4) \cos(4x^2 + 5)$

Ejercicio no 23) $f'(x) = (12x^3 + 1)\text{sen}(x^2 + 4x - 1) + (3x^4 + x + 2)(2x + 4) \cos(x^2 + 4x - 1)$

Ejercicio no 24) $f'(x) = (3x^2 - 4e^{2x})\text{sen}(3x^2 + 3e^{4x}) + (x^3 - 2e^{2x})(6x + 12e^{4x}) \cos(3x^2 + 3e^{4x})$

Ejercicio no 25) $f'(x) = (10x^4 - 6e^{2x})\text{sen}(4x^3 - 5) + 12x^2(2x^5 - 3e^{2x}) \cos\text{sen}(4x^3 - 5)$

Ejercicio no 26) $f'(x) = (12x + 3 \cdot 2^{3x} \ln 2)\text{sen}(2x^5 - 3e^x) + (6x^2 + 2^{3x})(10x^4 - 3e^x) \cos(2x^5 - 3e^x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

Ejercicio no 27) $f'(x) = 14x \cos(3x^4 - 3) - 12x^3(7x^2 + 12)\text{sen}(3x^4 - 3)$

Ejercicio no 28) $f'(x) = (8x-3)\cos(3x^2-5) - 6x(4x^2-3x+1)\operatorname{sen}(3x^2-5)$

Ejercicio no 29) $f'(x) = (24x^5+3x^2+1)\cos(x^4+7x) - (4x^6+x^3+x-2)(4x^3+3x^2+1)\operatorname{sen}(x^4+7x)$

Ejercicio no 30) $f'(x) = (-3x^2+2)\cos(x^5-3) - 5x^4(-x^3+2x-3)\operatorname{sen}(x^5-3)$

Ejercicio no 31) $f'(x) = (3-3\cdot 5^{3x}\ln 5)\cos(4x^3+2^{4x}) - (3x-5^{3x})(4x^2+4\cdot 2^{4x}\ln 2)\operatorname{sen}(4x^3+2^{4x})$

$$f'(x) = -2\left(-40x^{-6} + \frac{9}{5}x^{-\frac{2}{3}}\right)\cos(8x^{-5}+3x^{\frac{3}{5}})\operatorname{sen}(8x^{-5}+3x^{\frac{3}{5}})$$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente

Ejercicio no 32) $f'(x) = 8xtg(4x^6+7) + 24x^5(4x^2-5)\left[1+tg^2(4x^6+7)\right]$

Ejercicio no 33) $f'(x) = tg(x^2+3x+1) + (x+2)(2x+3)\left[1+tg^2(x^2+3x+1)\right]$

Ejercicio no 34) $f'(x) = (5x^4+3x^2)tg(3x^2+2x+1) + (x^5+x^3+2)(6x+2)\left[1+tg^2(3x^2+2x+1)\right]$

Ejercicio no 35) $f'(x) = (2x+8e^{4x})tg(x^3+3x+1) + (x^2+2e^{4x})(3x^2+3)\left[1+tg^2(x^3+3x+1)\right]$

Ejercicio no 36) $f'(x) = (12x^5+9e^{3x})tg(x^2-2x+3) + (2x^6+3e^{3x}+2)(2x-2)\left[1+tg^2(x^2-2x+3)\right]$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente

Ejercicio no 37) $f'(x) = 2x \operatorname{arc} tg(x^3+5) + \frac{3x^2(x^2+1)}{1+(x^3+5)^2}$

Ejercicio no 38) $f'(x) = (3x^2+8x) \operatorname{arc} tg(6x^2+8) + \frac{12x(x^3+4x^2-5)}{1+(6x^2+8)^2}$



Ejercicio no 39)
$$f'(x) = (2x+7) \operatorname{arc\,tg}(x^4 + 3x^2 + x - 2) + \frac{(x^2 + 7x - 2)(4x^3 + 6x + 1)}{1 + (x^4 + 3x^2 + x - 2)^2}$$

Ejercicio no 40)
$$f'(x) = (4x^3 + e^x) \operatorname{arc\,tg}(3x^2 + x + 5) + \frac{(x^4 + e^x + 1)(6x + 1)}{1 + (3x^2 + x + 5)^2}$$

Ejercicio no 41)
$$f'(x) = (3x^2 + 4) \operatorname{arc\,tg}(x^2 + e^{2x} + 1) + \frac{(x^3 + 4x + 3)(2x + 2e^{2x})}{1 + (x^2 + e^{2x} + 1)^2}$$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno

Ejercicio no 42)
$$f'(x) = \operatorname{arc\,sen}(x^2 + 2) + \frac{2x(x + 3)}{\sqrt{1 - (x^2 + 2)^2}}$$

Ejercicio no 43)
$$f'(x) = (2x + 4) \operatorname{arc\,sen}(x^4 + 3x^2 + 1) + \frac{(x^2 + 4x + 2)(4x^3 + 6x)}{\sqrt{1 - (x^4 + 3x^2 + 1)^2}}$$

Ejercicio no 44)
$$f'(x) = (3x^2 + 2e^{2x}) \operatorname{arc\,sen}(3x^2 - 2x + 2) + \frac{(x^3 + e^{2x} + 3)(6x - 2)}{\sqrt{1 - (3x^2 - 2x + 2)^2}}$$

Ejercicio no 45)
$$f'(x) = (2e^{2x} + 3 \cdot 4^{3x} + 1) \operatorname{arc\,sen}(3x^2 - 4x + 1) + \frac{(e^{2x} + 4^{3x} + x + 2)(6x - 4)}{\sqrt{1 - (3x^2 - 4x + 1)^2}}$$

Ejercicio no 46)
$$f'(x) = (5x^4 - 8x + 3) \operatorname{arc\,sen}(e^{2x} + 4^{3x} + 2) + \frac{(x^5 - 4x^2 + 3x + 2)(2e^{2x} + 3 \cdot 4^{3x} \ln 4)}{\sqrt{1 - (e^{2x} + 4^{3x} + 2)^2}}$$

BIBLIOGRAFÍA

Baldor, Aurelio (1990). Algebra de Baldor. Editorial Publicaciones Cultural. Bogotá.
Recuperado de: <http://www.quizma.cl/matematicas/recursos/algebradebaldor/index.htm>

Problemas de cuadros mágicos. Recuperado agosto 27 de 2009 de:
http://platea.pntic.mec.es/jescuder/c_magico.htm

Universidad Nacional de Ingeniería. (2009). Proyecto: Teleeducación. Perú. Recuperado octubre 15 de 2009 <http://sipan.inictel.gob.pe/av/>